

ISSN 0073-8433

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN

SEKTION
TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN
NATURWISSENSCHAFTEN

SERIE 10 . NUMMER 11 . 1989

FILM C 1694

Das zufällige Halsreißen

Random Neck Rupture



INSTITUT FÜR DEN WISSENSCHAFTLICHEN FILM . GÖTTINGEN

Angaben zum Film:

Tonfilm (Komm., deutsch), 16 mm, farbig, 122 m, 11 ½ min (24 Ws). Hergestellt 1988, veröffentlicht 1989.

Der Film ist für die Verwendung im Hochschulunterricht bestimmt. Veröffentlichung aus dem Fachbereich Physik der Philipps Universität, Marburg, U. BROSA, E. BECKER, und dem Institut für den Wissenschaftlichen Film, Göttingen, W GROSSE; Kamera: J. THIENEL, G. MATZDORF, Schnitt: W GROSSE, R. FELDMANN, Computertrick: U. BROSA, E. BECKER, Videotruck: TH. SPIELBÖCK.

Zitierform:

BROSA, U., und E. BECKER: Das zufällige Halsreißen/Random Neck Rupture. Film C 1694 des IWF, Göttingen 1989. Publikation von U. BROSA und E. BECKER, Publ. Wiss. Film., Sekt. Techn. Wiss./Naturw., Ser. 10 Nr. 11/C 1694 (1989), 16 S.

Anschrift der Verfasser der Publikation:

Dr. U. BROSA, Höchstleistungsrechenzentrum Kernforschungsanlage Jülich, Postfach 1913, D-5170 Jülich 1.

E. BECKER, Max-Planck-Institut für Strömungsforschung, Bunsenstr. 10, D-3400 Göttingen.

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN

Sektion BIOLOGIE

Sektion PSYCHOLOGIE . PÄDAGOGIK

Sektion ETHNOLOGIE

Sektion TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN

Sektion MEDIZIN

NATURWISSENSCHAFTEN

Sektion GESCHICHTE . PUBLIZISTIK

Herausgeber: H.-K. GALLE . Redaktion: G. LOTZ, I. SIMON

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN sind die schriftlichen Ergänzungen zu den Filmen des Instituts für den Wissenschaftlichen Film und der Encyclopaedia Cinematographica. Sie enthalten jeweils eine Einführung in das im Film behandelte Thema und die Begleitumstände des Films sowie eine genaue Beschreibung des Filminhalts. Film und Publikation zusammen stellen die wissenschaftliche Veröffentlichung dar.

PUBLIKATIONEN ZU WISSENSCHAFTLICHEN FILMEN werden in deutscher, englischer oder französischer Sprache herausgegeben. Sie erscheinen als Einzelhefte, die in den fachlichen Sektionen zu Serien zusammengefaßt werden.

Bestellungen und Anfragen an: Institut für den Wissenschaftlichen Film
Nonnenstieg 72 . D-3400 Göttingen
Tel. (0551) 20 22 04

FILME FÜR FORSCHUNG UND HOCHSCHULUNTERRICHT

UWCH BROSA, ERICH BECKER, Marburg, und INSTITUT FÜR DEN WISSENSCHAFTLICHEN FILM, Göttingen:

Film C 1694

Das zufällige Halsreißen/Random Neck Rupture

Verfasser der Publikation: UWCH BROSA und ERICH BECKER

Mit 3 Abbildungen

Inhalt des Films:

Das zufällige **Halsreißen**. In diesem Film werden theoretische Ergebnisse zum Zerfall eines Tropfens in zwei Tröpfchen veranschaulicht. Ausführlich wird erläutert, auf welche Weise große Schwankungen bei der **Aufteilung** der Masse auf die Tröpfchen entstehen. Die Resultate haben Bedeutung für das Verständnis der Kernspaltung.

Summary of the Film:

Random Neck Rupture. In this film, computational results concerning the decay of a drop in two droplets are visualized. The way by which the huge fluctuations in the partition of mass arise is analyzed in detail. The results help to understand nuclear fission.

Résumé du Film:

Rupture par striction accidentelle. Ce film permet de visualiser les résultats théoriques relatifs à la division d'une goutte en deux gouttelettes. Le processus, qui conduit à d'énormes fluctuations dans la répartition de masse, est analysé en détail. Les résultats sont importants pour la compréhension de la fission nucléaire.

Allgemeine Vorbemerkungen

1. Was ist zufälliges **Halsreißen**?

Läßt man eine Flüssigkeit so sacht aus einem Hahn fliegen, daß sie nicht sprudelt, verengt sich der Strahl und zerfällt dann in Tropfen. Diesem Zerfall liegt eine hydrodynamische Instabilität zugrunde. Sie wird Kapillar- oder *Rayleigh*-Instabilität genannt und ist ziemlich gut untersucht. Uns geht es jedoch um einen bisher nicht erforschten Vorgang, um das zufällige Reißen des Strahls.

Gewöhnlich zerfällt der Strahl **immer** wieder an der gleichen Stelle. Schlägt man jedoch gegen den Wasserhahn, beginnt die **Rißstelle** unregelmäßig auf und ab zu wandern. Man sieht das an Lichtreflexen, die auf dem Strahl hin und her springen, sobald man zu klopfen beginnt. Ein Wasserhahn wackelt aber, auch wenn man ihn kräftig stößt, noch nicht einmal um einen Millimeter; die **Rißstelle** dagegen wandert um Zentimeter. Kleine Ursache, große Wirkung: Genau das ist das Kennzeichen einer Instabilität. Mit **Kapillarität** hat diese Instabilität jedoch nichts zu tun. Wir **mußten** ihr daher einen besonderen Namen geben; sie soll **Verschiebungsinstabilität** heißen.

Die Rayleigh-Instabilität bewirkt also, *daß* der Strahl reißt. Von der Verschiebungsinstabilität hängt es ab, **wo** er reißt.

Die Untersuchungen, die zur Entdeckung der Verschiebungsinstabilität führten, wurden ausgelöst durch ein bestimmtes Problem bei der Kernspaltung. Uran-Kerne, zum Beispiel, spalten jedes Mal auf andere Art, mal kommen zwei verschiedene Bruchstücke heraus, mal zwei gleiche. Was im einzelnen Fall geschieht, kann nicht vorausgesagt werden; die Bruchstücknassen sind **zufällig**. Deshalb **muß** man mit einer statistischen Beschreibung zufrieden sein. Aber auch die statistische Verteilung der Bruchstückmassen konnte bisher nicht verstanden, geschweige denn vorhergesagt werden. Denn alle Theorien ergaben viel zu schmale Verteilungen.

Man **muß** also nach einem Mechanismus Ausschau halten, der die riesigen Schwankungen bei der Kernspaltung erklären kann. Hier lag es nahe, den Kern als Tropfen aufzufassen. Solch ein Tropfen bildet auf dem Weg zur Spaltung zwei Köpfe, die durch einen Hals verbunden sind. Ein langer Hals ähnelt aber dem oben beschriebenen Strahl. Es ist somit zu erwarten, **daß** auch beim Zerreißen des Halses Rayleigh- und Verschiebungsinstabilität wirksam werden. Die **Verschiebungsinstabilität** sorgt dafür, *daß der Hals an einer zufälligen Stelle reißt* (BROSA und GROSSMANN [1]).

2. Vorarbeiten

Erste brauchbare Vorstellungen von Kernspaltung gab das **Reißpunktmodell** (FONG [5]; WILKINS u. a. [10]). Es beruht auf der Annahme, daß die **beiden** Bruchstücke kurz nach ihrer Entstehung noch ein Weilchen in Kontakt miteinander bleiben. Diese Phase wird Gleichgewicht am **Reißpunkt** genannt. **Im** Reißpunkt können die Bruchstücke noch Nukleonen austauschen, bis daß sich thermisches Gleichgewicht gebildet hat. Erst danach trennen sie sich vollständig. (**Am** besten stellt man sich die Bruchstücke am Reißpunkt als zwei Schiffe vor, die solange miteinander vertäut bleiben, bis genauso viele Matrosen von dem einen Schiff aufs andere springen wie vom anderen aufs eine.) Die Wahrscheinlichkeit $Y(A)$ dafür, daß eins der Bruchstücke gerade **A** Nukleonen beherbergt, wird nach dem **Boltzmannschen** Gesetz aus der Energie des gesamten Komplexes am Reißpunkt ausgerechnet.

Gegen das Reißpunktmodell wurde eingewendet, daß es keinen Grund für ein Gleichgewicht am **Reißpunkt** gibt. Untersuchungen über die Wechselwirkung zwischen den Bruchstücken haben nämlich ergeben, **daß** die Bruchstücke kurz nach ihrer Entstehung mit großer Kraft auseinandergetrieben werden. Darüber hinaus hat sich gezeigt, daß das **Reißpunktmodell** gewisse experimentelle Befunde falsch beschreibt. Dazu gehören die kinetische Energie der Fragmente, die Zahl der freigesetzten Neutronen und, was hier im Mittelpunkt steht, die Breite der Massenverteilungen (WILKINS u. a. [10]).

Als Alternative wurde das *dynamische* Modell entwickelt (NIX [9]). Auch dieses Modell setzt thermodynamisches Gleichgewicht voraus. Jedoch soll das Gleichgewicht fast am Anfang der Spaltung herrschen, wo Bruchstücke noch nicht existieren. Statt der Massenverteilung wird mit Boltzmanns Faktor eine Verteilung berechnet, die die Wahrscheinlichkeit dafür bestimmt, daß sich der noch heile Kern verformt. Eine solche Hypothese ist annehmbar, da sich der Kern in der frühen Phase (Fachausdruck: am Sattelpunkt) sehr langsam bewegt. Im dynamischen Modell werden dann Bewegungsgleichungen gelöst, um herauszufinden, wie aus den diversen Verformungen am Sattelpunkt verschiedene Bruchstücke am Reißpunkt entstehen. Von diesem Teil der Theorie hat das dynamische Modell seinen Namen.

Trotz des prinzipiellen Vorteils scheitert das dynamische Modell an genau den gleichen Problemen wie das Reißpunktmodell. Insbesondere werden viel zu schmale Massenverteilungen errechnet (NIX [9]).

Man kann den Grund des universellen Versagens auf einfache Weise verstehen: In beiden Modellen ist diejenige Phase der Spaltung entscheidend, in welcher nur noch ein dünner Hals zwei dicke Köpfe zusammenhält. Nun **kann** man sich leicht ausrechnen, daß es enorm viel Energie kostet, den einen Kopf auf Kosten des anderen aufzupusten; das **muß** aber geschehen, wenn zwei sehr verschiedene Bruchstücke entstehen sollen. Energetisch ungünstige Konfigurationen werden jedoch nur selten erreicht, und zwar unabhängig davon, ob sie in einem statistischen Prozeß oder durch einen dynamischen Vorgang erzeugt werden sollen.

Damit ist klar, was als nächstes zu tun ist: Man **muß** überprüfen, ob der Hals nicht doch eine wesentliche Rolle spielt. Besonders sollte ein starker, langer und flacher Hals entstehen können. Genau dies haben nämlich die bisherigen Versionen des dynamischen Modells per constructionem ausgeschlossen.

3. Wie haben wir gerechnet?

Wie viele andere, die sich zur Zeit mit nichtlinearer Dynamik befassen, sind wir an dieses Problem mit der Auffassung herangegangen, daß wir keine komplexen Bewegungsgleichungen wie z. B. die TDHF-Gleichungen (NEGELE u. a. [8]) brauchen; es sei wichtiger, die Lösungen einer einfachen Gleichung genau genug zu finden und deren Eigenschaften mit Sorgfalt zu studieren.

Demzufolge haben wir unseren Rechnungen Eulers Theorie der idealen Flüssigkeiten zugrunde gelegt. Ideale Flüssigkeiten sind inkompressibel, rotations- und reibungsfrei. Eine ihrer Eigenschaften besteht **darin**, daß aus der Bewegung an der Oberfläche die Strömung im Inneren eindeutig bestimmt ist. Diese wichtige Aussage gilt zwar nur in einfach zusammenhängenden Gebieten, aber ein Tropfen ist ja gerade ein einfach zusammenhängendes Gebiet. Daher ist im Prinzip alles bekannt, wenn die Oberfläche gegeben ist.

Wir berechnen die Oberfläche in Zylinderkoordinaten $(\varrho, \varphi, \zeta)$ und setzen voraus, daß sie axialsymmetrisch ist: $\varrho = \varrho(\zeta)$. Die verschiedenen Tropfenformen werden durch *Oberflächenparameter* bestimmt: l für die halbe Länge des Tropfens, r als Radius des Halses, z als Position des Halses gemessen von der geometrischen Mitte des Tropfens, c für die Krümmung und s als Schwerpunkt, ebenfalls gemessen vom Mittelpunkt aus (vgl. Abb. 1).

Diese Parameter sollen von der Zeit t abhängen und so die Entwicklung des Tropfens beschreiben. Insgesamt ist die Oberfläche durch eine Funktion der Bauart

$$q = q\{\zeta; l(t), r(t), z(t), c(t), s(t)\} \quad (1)$$

gegeben. Der Tropfen reicht dann von $\zeta = -1$ bis $\zeta = 1$ Einzelheiten zur Konstruktion dieser Funktion sollen hier nicht erläutert werden.

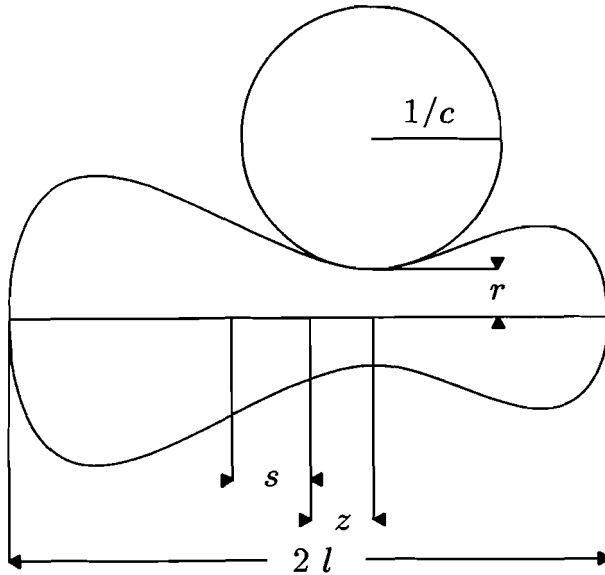


Abb. 1. Die Oberflächenparameter zur Beschreibung der Tropfenform. c heißt Krümmung des Halses, wenn $1/c$ der Radius des zugehörigen Krümmungskreises ist

Das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(q, \zeta, t)$ einer idealen Flüssigkeit kann als Gradient eines Potentials $\Phi(q, \zeta, t)$ dargestellt werden:

$$\vec{v} = - \vec{\nabla} \Phi \quad (2)$$

Wenn dann dieses Potential die Laplace-Gleichung

$$\Delta \Phi = 0 \quad (3)$$

erfüllt und die Randbedingungen befriedigt sind, ist das Problem gelöst. Wir approximieren das Potential durch eine doppelte Reihe:

$$\Phi(q, \zeta) = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^{l_{max}} c_{ij}(t) \varphi_{ij}(q, \zeta) \dot{z}_i \quad (4)$$

Die \dot{z}_i sind darin nur Stellvertreter für die Zeitableitungen der Parameter l, r, z, c, s . Diesen Ableitungen entsprechen Geschwindigkeiten. Da Φ ein Geschwindigkeitspoten-

tial ist (vgl. Gleichung (2)), **muß** es in den \dot{z}_i linear sein. Die Funktionen $\varphi_i(\varrho, \zeta)$ lösen, so haben wir es eingerichtet, jede für sich die Laplace-Gleichung (3). Auf die Auswahl dieser Bausteinfunktionen kommt es sehr an: Wir benutzen simultan separable Lösungen der Laplace-Gleichung in prolaten und oblaten Sphäroidkoordinaten; diese **beiden** Koordinatensysteme werden der jeweiligen Form des Tropfens angepaßt. Wir erhalten auf diese Weise genaue Lösungen, auch wenn wir den Abschneideparameter l_{max} nicht größer als 10 werden lassen.

Die Potentialkoeffizienten $c_{il}(t)$ werden zu jeder Zeit aus den Randbedingungen für das Geschwindigkeitsfeld errechnet. In großen Zügen geschieht das so: Diejenige Komponente des Felds \vec{v} , welche senkrecht auf der Oberfläche steht, **muß** der Bewegung der Oberfläche längs ihrer Normalen \mathbf{n} gleich sein. Mit Gleichung (2) und elementarer Differentialgeometrie ergibt das die Formel

$$f(\zeta) = \frac{\partial \Phi}{\partial n} + \frac{\partial \varrho / \partial t}{\sqrt{1 + (\partial \varrho / \partial \zeta)^2}} = 0 \quad (5)$$

Die Funktion $f(\zeta)$ wurde eingeführt, weil sie als Abkürzung nützlich sein wird. Für endliches l_{max} (vgl. Gl. (4)) ist es nämlich nicht möglich, die Randbedingung (5) exakt zu erfüllen. Statt dessen fordern wir, daß der mittlere quadratische Fehler möglichst klein werden soll:

$$\int_{-l}^l f^2(\zeta) d\zeta \rightarrow \min \quad (6)$$

Dies führt in bekannter Weise auf die Gaußschen Normalgleichungen, aus denen die Potentialkoeffizienten $c_{il}(t)$ als Funktionen der Oberflächenparameter bestimmt werden können:

$$c_{il}(t) = c_{il}\{l(t), r(t), z(t), c(t), s(t)\}, \quad (7)$$

und zwar ausschließlich über Prozesse der linearen Analysis. Gleichung (7) soll noch einmal hervorheben, daß die Zeitabhängigkeit nur von den Oberflächenparametern getragen wird.

Die ausgerechneten Koeffizienten (7) setzt man in die Gleichung (4) ein. Dann kann mit Gleichung (2) die kinetische Energie

$$T = \frac{\rho_0}{2} \int_{(Tropfen)} \vec{v}^2 dV \quad (8)$$

berechnet werden. Wir haben \vec{v} natürlich vorher ins Schwerpunktsystem des Tropfens transformiert. ρ_0 ist die Dichte des Materials, aus dem der Tropfen besteht.

Die kinetische Energie muß wegen der Gleichung (4) die Struktur

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 m_{ij} \dot{z}_i \dot{z}_j \quad (9)$$

haben. Die darin enthaltenen Trägheitsparameter m_{ij} ergeben sich bei der Integration (8) ganz von selbst; sie hängen natürlich von den Oberflächenparametern (l, r, z, c, s) ab. Zur kinetischen Energie kommt noch die in der Oberflächenspannung enthaltene potentielle Energie

$$U = \sigma_0 \oint_{(Tropfen)} dF \quad (10)$$

Sie ist dem Produkt aus dem Spannungskoeffizienten σ_0 und der Oberfläche des Tropfens gleich und hängt somit von den Oberflächenparametern ab.

Die Bewegungsgleichungen

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_k} = \frac{\partial(T-U)}{\partial z_k}, \quad k = 1, \dots, 5 \quad (11)$$

folgen dann aus dem Hamiltonschen Prinzip, das übrigens nur dazu da ist, um die Randbedingung für den Druck zu gewährleisten. Die z_k sind wiederum nur Abkürzungen für unsere dynamischen Variablen (l, r, z, c, s). Ausgeschrieben führt (11) auf

$$\sum_{j=1}^5 m_{kj} \ddot{z}_j = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial m_{ij}}{\partial z_k} - \frac{\partial m_{ik}}{\partial z_i} \right\} \dot{z}_i \dot{z}_j - \frac{\partial U}{\partial z_k} \quad (12)$$

Man erkennt auf der linken Seite „Masse mal Beschleunigung“, allerdings durch ein Summenzeichen verziert, weil der Trägheitstensor m_{kj} nicht diagonal ist. Ganz rechts in Gleichung (12) findet sich die gewöhnliche Kraft. Hinzu treten „Trägheitskräfte“, die nur deswegen existieren, weil die Trägheitsparameter von den dynamischen Variablen abhängen.

Die Einheiten, in denen die Rechnungen durchgeführt wurden und denen die Zahlen im Film oder in der Abb. 2 entsprechen, haben wir wie üblich **entdimensionalisiert**. Längen werden demzufolge als Vielfaches eines Radius r_0 dargestellt. Es ist der Radius derjenigen Kugel, welche dieselbe Masse wie der sich verformende Tropfen enthält. Massen werden in Einheiten der Gesamtmasse $(4\pi/3)r_0^3 \rho_0$ gemessen, Energien als Vielfaches der Oberflächenenergie $4\pi r_0^2 \sigma_0$ und Zeiten in Einheiten von $\sqrt{r_0^3 \rho_0 / (3\sigma_0)}$.

Die Ausführung des in den Gleichungen (1) bis (12) enthaltenen Programms erfordert einigen numerischen Aufwand: Numerische Integration für die Integrale von Gl.(6), Lösung linearer Gleichungssysteme zur Bestimmung der Potentialkoeffizienten in Gl.(7), wiederum numerische Integration für die kinetische und die potentielle Energie T und U in den Gleichungen (8) und (10), numerische Differentiation zur Ausführung der Ableitungen $\partial m_{ij} / \partial z_k$, $\partial m_{jk} / \partial z_i$ und $\partial U / \partial z_k$ in Gl.(12) und die Lösung des durch Gl.(12) definierten Systems von gewöhnlichen Differentialgleichungen. Dabei ist aber nichts Ausgefallenes (HASSE u. a. [7]). Zwar dürfte unsere Methode zur Berechnung der Trägheitsparameter genauer sein als alles Bisherige, im besonderen viel genauer als die sogenannte Werner-Wheeler-Methode (DAVIES u. a. [4]), aber nicht diese Verbesserung hat die Entdeckung der Verschiebungsinstabilität möglich gemacht. Entscheidend war vielmehr, daß wir die Krümmung c des Halses als unabhängige *Variable eingeführt* haben.

4. Die Verschiebungsinstabilität

Das Wichtigste, was wir über die Verschiebungsinstabilität wissen, wird im Film dargestellt. Der Höhepunkt des Films ist eine Szene mit Bildern, von denen eines in Abb. 2 zu sehen ist. Hier sollen nur ein paar Informationen über gewisse Details des Films gegeben werden, deren Bedeutung man ohne Hinweise wohl leicht übersieht.

Verbreitet ist die Auffassung, Kernspaltung sei eine Folge von Gleichgewichtszuständen. Wir fassen Kernspaltung als eine Folge von Instabilitäten auf. Also erst kommt die Verschiebungs- und dann die Kapillarinistabilität. Die Kapillarinistabilität macht das

manifest, was von der Verschiebungsinstabilität vorbereitet worden ist. Das frühe Einsetzen der Verschiebungsinstabilität widerlegt die Grundlagen des Reißpunktmodells.

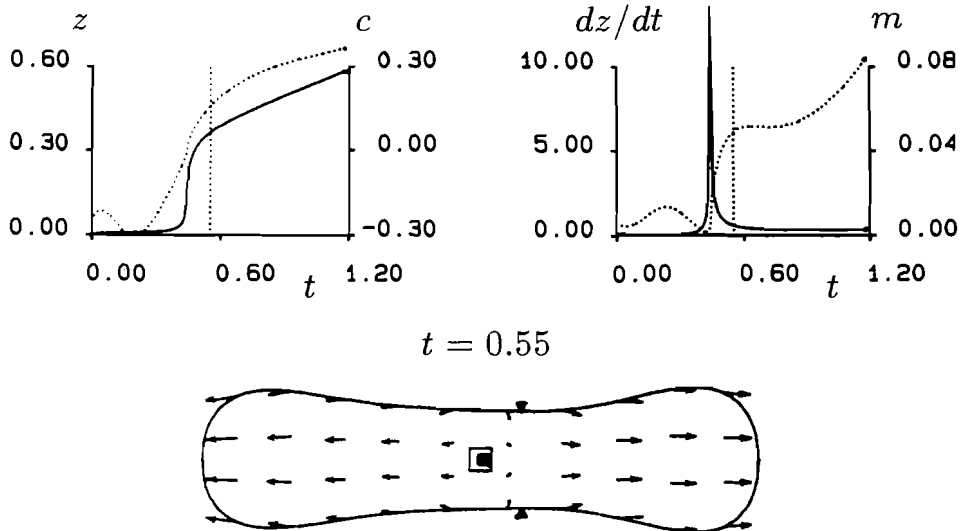


Abb. 2. Sinnliches und Übersinnliches aus der Tropfendynamik

Unten wird die aktuelle Form des Tropfens mit dem Geschwindigkeitsfeld gezeigt. Oben sind abstrakte Kenngrößen dargestellt. Dort sind die dünnste Stelle des Halses z , die Krümmung c , die Geschwindigkeit dz/dt und der für z zuständige Trägheitsparameter m als Funktionen der Zeit t zu sehen. Da wir hier keine Farben zur Verfügung haben, muß man die Kurven durch unterschiedliche Strichqualitäten unterscheiden: Die durchgezogenen Kurven gehören zu den linken Ordinaten, während die gestrichelten Kurven den rechten Ordinaten zugeordnet sind. Außerdem erkennt man gestrichelte Vertikalen, die die aktuelle Zeit angeben. Die Zuordnung der leicht verständlichen, aber oberflächlichen Darstellung in der unteren Hälfte zu den für tiefere Einsicht notwendigen Graphiken in der oberen Hälfte ist der Zweck des Films

Selbstverständlich bewegt sich der Schwerpunkt des Tropfens *absolut* überhaupt nicht. Er kann sich jedoch *relativ zur geometrischen Mitte* bewegen; dies ist gemeint, wenn im Film von der Bewegung des Schwerpunkts gesprochen wird. Daß aber Mittel- und Schwerpunkt dicht beieinander bleiben, ist ein wichtiges Ergebnis unserer Rechnungen. Wenn nämlich die verschiedenen Bruchstücke dadurch zustande kommen sollen, daß durch einen dünnen Hals Materie von einem Kopf in den anderen strömt, muß auch der Schwerpunkt wandern. Die Unbeweglichkeit des Schwerpunkts zeigt also die Unzureichlichkeit des dynamischen Modells älterer Bauart an.

Vergleicht man die im Film gegebene mathematische Plausibilisierung der Verschiebungsinstabilität mit der Gleichung (12), fällt auf, daß im Film weder die Nichtdiagonalität des Trägheitstensors noch die Trägheitskräfte erwähnt werden. Natürlich soll dies schnellem qualitativem Verständnis dienen. Für die quantitative Analyse sind die nicht-diagonalen Elemente des Trägheitstensors und die Trägheitskräfte durchaus von Belang. Bemerkenswerterweise lassen sich auch diese hochgradig nichttrivialen Effekte

geometrisch darstellen, und zwar im *dynamischen Krümmungstensor* oder, für einen einfachen, aber wichtigen Grenzfall, in der *Gaußschen Krümmung für dynamische Systeme* (BROSA [2]).

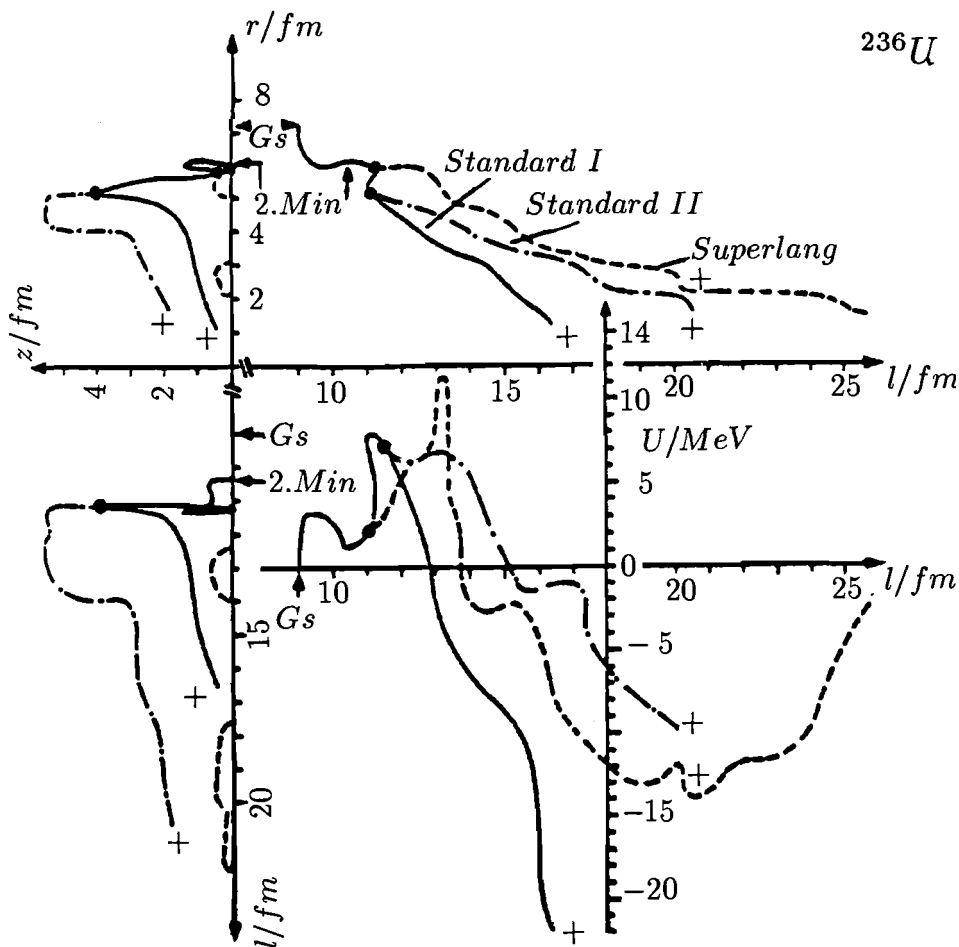


Abb. 3. Die Spaltungspfade des Urankerns

Im Film wird die Dynamik als Funktion der fünf Oberflächenparameter (l, r, z, c, s) vorgeführt. Faßt man jede wirklich angenommene Tropfenform als einen Punkt in einem fünfdimensionalen Raum auf und setzt alle diese Punkte **zusammen**, entsteht aus der Dynamik eine Kurve, der **Spaltungspfad**. In diesem Bild wird nur eine Projektion auf einen dreidimensionalen **Teilraum** (l, r, z) gezeigt. Allerdings wird ein Blatt Papier schon von Dreidimensionalem überfordert. Deshalb werden hier Grundriß, Seitenriß und Aufriß gezeigt. Zum Beispiel ist im Teilbild oben rechts die Projektion auf die (l, r) -Ebene zu sehen. Verfolgt man die durchgezogene Kurve von Grundzustand G_s bis zum Ende +, findet man, daß die halbe Länge l des Tropfens zunimmt, während der Halsradius r kleiner wird. Genauso muß Spaltung vor sich gehen. Von diesem „Standard-I-Pfad“ zweigen indes an den durch dicke Punkte hervorgehobenen Stellen andere Pfade ab, „Standard II“ und „Superlang“. Im Teilbild oben links ist der Seitenriß zu sehen, also die Projektion auf die (r, z) -Ebene. Man stellt fest, daß Standard I und II stark von der Symmetrie $z=0$ abweichen. Dies hat mit der Verschiebungsinstabilität nichts zu tun, sondern folgt aus den Eigenschaften einer um quantenmechanische Schalenkorrekturen ergänzten **potentiellen** Energie U , vergleiche Gleichung (10). Im Teilbild unten rechts ist diese potentielle Energie als Funktion von l längs der **Spaltungspfade** aufgetragen. Als Längeneinheit wurde $fm=10^{-15}m$ und als Energieeinheit MeV (Megaelektronenvolt) verwendet. Die Abbildung stammt aus [3]

5. Unzulänglichkeiten

Der auffälligste Mangel unserer Rechnungen besteht **darin**, daß mit der **Verschiebungsinstabilität** zwar die Breiten, nicht aber die Mittelwerte der gemessenen **Massenverteilungen** bestimmt werden können. Die Ursache dieses Defekts liegt in der Vernachlässigung elektrodynamischer und quantenmechanischer Effekte: Ein Kern hat Eigenschaften, die über die eines Tropfens Wasser hinausgehen. Um diese Effekte einzubeziehen, müßte man das Potential (10) zunächst um den **Coulombterm** erweitern, der von der elektrischen Ladung des Kerns herrührt. Aber dann sollten auch noch sogenannte **Schalenkorrekturen** berücksichtigt werden. Die Erforschung der Schalenkorrekturen ist in jüngster Vergangenheit ein **großes** Stück vorangekommen (BROSA u. a. [3]). Als wichtigstes Resultat ergab sich, **daß** ein Atomkern auf mehreren Pfaden spalten kann (siehe Abb. 3). Um diese Pfade herum finden die im Film gezeigten Schwankungen statt.

Eine weitere Unzulänglichkeit besteht in der rein deterministischen Struktur der **Bewegungsgleichungen** (12). Genau wie im dynamischen Modell haben wir vorausgesetzt, **daß** es Fluktuationen nur zum Beginn gibt und daß unsere Aufgabe **darin** besteht, deren Auswirkungen bis zum Zerreißen zu folgen. In **Wirklichkeit** werden die **kollektiven Freiheitsgrade** (l, r, z, c, s) ständig von der **unregelmäßigen** Bewegung der einzelnen Nukleonen beeinflusst. Man **müßte** also zu den deterministischen Kräften auf der rechten Seite von Gleichung (12) noch die **Zufallskräfte**, die von den einzelnen Nukleonen hervorgerufen werden, schreiben.

Aber auch unmittelbar bei den **kollektiven Freiheitsgraden** ist weitere Verbesserung **erwünscht**. Wie im Film zu sehen, haben wir es vermieden, die endgültige Zerlegung in zwei Bruchstücke zu zeigen. Dieser Moment wird von unseren Rechnungen nicht gut beschrieben, weil wir eben nur die Oberflächenparameter (l, r, z, c, s) berücksichtigen und nicht zulassen, **daß** ein verhältnismäßig kurzes Stück des Halses nahezu selbständig einschnappt.

Zur Entstehung des Films

Die gerechneten Einzelbilder wurden auf einem **hochauflösenden** Monitor (Universität Marburg) nacheinander aufgerufen und mit einer 35-mm-Filmkamera (Institut für den Wissenschaftlichen Film, Kameramann J. THIENEL) in Zeitraffung aufgenommen. Dabei wurde der Stunden dauernde Vorgang durch ein Steuergerät automatisiert.

Erläuterungen zum Film

Wortlaut des gesprochenen Kommentars

Bei der Kernspaltung entsteht ein **außerordentlich** breites Spektrum chemischer Elemente.

Diese Massenverteilung zeigt, in welche Elemente Uran zerfällt. Aufgetragen ist die Ausbeute Y als Funktion der Massenzahl A . Bei der Uranspaltung entsteht relativ wenig Kupfer und Europium, relativ viel Rubidium und Caesium, aber auch Rhodium¹ und Silber.

¹ Im Film wurde versehentlich „Rhenium“ gesprochen.

Spätestens seit Tschernobyl ist auch dem Laien bekannt, daß die Caesium-Isotope beispielsweise sehr viel häufiger erzeugt werden als etwa Silber-Isotope. Uran-Kerne, die sich scheinbar durch nichts unterscheiden, zerfallen also in ganz unterschiedliche Paare kleinerer Kerne. Ursache dieser enorm breiten Massenverteilung ist eine Instabilität, die wir „Verschiebungsinstabilität“ nennen möchten.

Im folgenden wollen wir ausschließlich Massenverteilungen diskutieren, die nur einen Höcker haben. Mit dieser Vereinfachung beschränken wir uns auf die Frage nach der Breite der Massenverteilung. Zur Ableitung einer solchen Massenverteilung ist es ausreichend, Kerne wie Tropfen zu behandeln.

Entsprechend sollen diese drei Tropfen drei Atomkerne darstellen. Sie unterscheiden sich scheinbar nicht voneinander. Sie bestehen aus der gleichen Materie und sind in gleicher Weise geformt.

Und doch genügen bereits winzige Schwankungen, verursacht durch die quantenmechanische Nullpunktsunruhe oder thermische Anregung, daß sich die drei Tropfen unterschiedlich verformen. Die Verschiebungsinstabilität macht aus unmerklichen Unterschieden beträchtliche. Schon kurz vor dem Zerreißen erkennen wir, daß in den drei Fällen völlig verschiedene Bruchstücke entstehen werden.

Erinnern wir uns dazu an die Massenverteilung. Aus dem untersten Tropfen entstehen ein kleines und ein großes Fragment. Der mittlere Tropfen ergibt zwei noch deutlich verschiedene Bruchstücke. Der oberste Tropfen ist fast symmetrisch. Er liefert also Bruchstücke gleicher Größe.

Um die Vorgänge genauer beschreiben zu können, fügen wir in unseren Tropfen einige graphische Elemente ein. So soll die geometrische Mitte des Tropfens durch dieses grüne Quadrat angegeben werden. Das rote Quadrat zeigt den Schwerpunkt. Solange der Tropfen symmetrisch ist, fallen natürlich Mittel- und Schwerpunkt zusammen.

Die dickste Stelle des Tropfens wird durch diese Dreiecke markiert. Diese Dreiecke wollen wir beobachten. Aus der dicksten Stelle wird die dünnste, und jetzt verschiebt sich diese dünnste Stelle fast schlagartig. Die dünnste Stelle schnürt sich ein, und zwei kleinere Tropfen verschiedener Größe entstehen. Während des Vorganges sind Mittel- und Schwerpunkt nahe beieinander geblieben.

Wir haben bisher nur die äußere Form des Tropfens betrachtet. Wie aber entwickelt er sich in seinem Inneren? Dazu kehren wir zurück zu seiner Ausgangsform und fügen das Vektorfeld der Geschwindigkeiten ein, mit denen sich die Flüssigkeit im Inneren des Tropfens bewegt.

In der Umgebung des Schwerpunktes bewegt sich fast nichts. Insbesondere kommt die schnelle Bewegung der dünnsten Stelle ohne nennenswerten Materialfluß zustande. Das Material, das für die Streckung des Tropfens benötigt wird, stammt ausschließlich aus den Köpfen.

Um die Dynamik des Vorganges exakter beschreiben zu können, benötigen wir einige Parameter. Der wichtigste ist die halbe Länge l des Tropfens, da sie die gesamte

Entwicklung vom Kugeltropfen bis zu den Fragmenten beschreibt. Die Bildung der Bruchstücke wird durch die halbe Halsdicke r genauer **erfaßt**, denn sie ist ein direktes Maß für die Einschnürung. Der Abstand z der dünnsten Stelie vom Mittelpunkt und die Krümmung c der dünnsten Stelie sind besonders wichtig für das Verständnis der Verschiebungsinstabilität. Diese **Größen** tragen wir deshalb als Funktionen der Zeit in ein Koordinatensystem, und zwar zunächst den Abstand z und dann die Krümmung c des Halses.

Die jeweils aktuelie Zeit wird durch diese Vertikale angedeutet. Die Instabilität liegt hier bei dem steilen Anstieg der blauen Kurve des Abstandes z von t , d. h., die dünnste Stelie verschiebt sich in ganz kurzer Zeit wesentlich.

Zu diesem Zeitpunkt nimmt die **Halskrümmung** c von t den Wert 0 an. Die Instabilität wird also gerade dann ausgelöst, wenn der Hals ganz flach ist. Dieser Zusammenhang ist hier noch einmal dargestellt: Die Verschiebungsinstabilität wird gerade dann ausgelöst, wenn der Hals ganz flach ist.

Es ist nun auch zu erkennen, wie die anschauliche Darstellung im unteren Teil des Bildes mit der abstrakten links oben zusammenhängt. Nach der blitzartigen Verschiebung ändert sich die Asymmetrie des Tropfens nicht mehr. Die dünnste Stelie des Halses wandert nur deswegen noch etwas, weil sich der Tropfen als Ganzes streckt.

Die Ursache der Instabilität **läßt** sich mit der Newtonschen Bewegungsgleichung verstehen, wonach das Produkt aus Masse und Beschleunigung gleich der Kraft ist. Nach der Beschleunigung aufgelöst, erkennt man den Zusammenhang. **Große** Beschleunigungen sind möglich, wenn **große** Kräfte oder kleine Massen auftreten. Beim vorliegenden Problem hat man vergeblich nach **großen** Kräften gesucht.

Die Masse jedoch kann sehr klein werden. Um dies besser zu verstehen, **muß** man wissen, daß eine solche Masse, die die Bewegung vieler Flüssigkeitsteilchen zugleich beschreiben **muß**, von der Form des Tropfens abhängt. Besonders wichtig ist hier die Abhängigkeit von der Krümmung c . Man kann sich leicht veranschaulichen, daß m an der Stelie $c = 0$ ungefähr $= 0$ sein muß.

Dies bedeutet, daß die dünnste Stelie des Halses besonders leicht verschoben werden kann, wenn der Hals flach ist. Denn eine solche Verschiebung erfordert fast keinen Transport von Materie.

Um eine Masse wie $m(c)$ von der eines Massepunktes zu unterscheiden, nennt man sie oft Trägheitsparameter. Auch diese **Größe** tragen wir als Funktion der Zeit in ein Koordinatensystem, und zwar zunächst die Geschwindigkeit der Halsposition und dann den Trägheitsparameter m . Die Verschiebungsinstabilität zeigt sich in der scharfen Spitze der Geschwindigkeit. **Große** Beschleunigungen treten an der vorderen Front auf. Genau zur gleichen Zeit hat der Trägheitsparameter m ein Minimum erreicht. Diesem Minimum entspricht eine sehr kleine Trägheit.

Derselbe Zusammenhang ist hier noch einmal **dargestellt**: Die dünnste Stelie des Halses wird gerade dann besonders schnell verschoben, wenn der zugehörige Trägheitsparameter sehr klein ist. Nach der Verschiebung schnürt sich der Hals ein. Der Trägheitsparameter wächst demzufolge wieder, und die dünnste Stelie des Halses friert ein.

Wir können jetzt die gesamte Instabilität überblicken: Während der Tropfen sich streckt, wird sein Hals einmal sehr flach, so daß sich die dünnste Stelle nahezu trägheitslos verschieben kann. Kurze Zeit danach schnürt sich der Hals an seiner dünnsten Stelle ein.

Die Verschiebungsinstabilität läßt sich nicht mit den Eigenschaften der Kräfte, sondern nur mit den Eigenschaften der Trägheitsparameter erklären.

Wie wir gesehen haben, wird die Entstehung der verschiedenen chemischen Elemente durch eine Instabilität verursacht. Diese Instabilität ist nicht nur für die Kernspaltung wichtig. Sie wird auch wirksam, wenn ein Wasserstrahl in Tropfen zerfällt. **Kernmaterie** ist jedoch nur näherungsweise eine ideale Flüssigkeit. Will man nicht nur die Breite der Elementenverteilung, sondern auch das gleichzeitige Auftreten der zwei Höcker verstehen, **muß** man quantenmechanische Effekte, die sogenannte Schalenstruktur, berücksichtigen.

English Version of the Spoken Commentary

In nuclear fission, a **remarkably** broad distribution of chemical elements is observed.

This graph refers to the elements produced in the fission of uranium. Shown is the yield Y as a **function** of the mass number A . Fission of uranium produces just small amounts of copper and europium, but much more rubidium and caesium, and also some **rhodium**¹ and silver.

Because of Chernobyl we nowadays all **know** that caesium isotopes come in much richer **abundance** than for **example** silver. Thus uranium nuclei, which apparently do not differ, decay into very different pairs of fragments. Origin of these huge fluctuations in mass is an instability which we call "shift instability".

In what follows we will discuss **only** mass distributions which have just one hump. We make **this simplification** to concentrate on the width of the mass distribution. To understand such a distribution, it is sufficient to consider the nuclei as liquid drops.

Consequently these three drops are to represent three atomic nuclei. They don't seem to be different. They are made from **the** same matter and are equally deformed.

And yet, tiny fluctuations caused either by **quantum** zero-point motion or by thermal agitation make them develop very different deformations. The shift instability **turns** imperceptible **differences** into sizable ones. **Already** shortly before scission we **recognize** the formation of three completely different pairs of fragments.

Let us relate that to the mass distribution. From the lowermost drop we get a small and a big fragment. The drop in the **center** produces **two droplets** which are still **distinguishable**. **The** uppermost drop is **almost** symmetrical. It therefore gives rise to equal **fragments**.

¹ The film said "rhenium" by mistake.

For a **better** description we insert into our drop some graphical elements. The **geometrical** center of the drop is indicated by the **green** square. The red square shows the center of mass. Of **course**, for a **symmetrical** drop, geometrical center and center of mass **coincide**.

The position where the drop is thickest is marked by these triangles. We want to observe them now. The thickest becomes the **thinnest**, the neck position and now this position moves **almost** instantaneously. Then the neck squeezes, and two different droplets arise. **Throughout** this process, geometrical center and center of mass stayed close to each other.

Up to now, we looked only on the externals of the drop. But what about its internals? We start again from the **meanwhile** well-known drop and insert some velocity vectors to see the motion of the fluid in the interior of the drop.

In the neighbourhood of the centroid there is nearly no motion. In **particular**, the fast shift of the neck position occurs without sizable transport of matter. The material which is needed for the **stretching** comes exclusively from the two heads.

For a deeper insight into the dynamics some Parameters are **necessary**. The most **important** one is the semi-length l of the drop as it scales the **entire** evolution from the compound drop to the fragments. The formation of the fragments is described in more **detail** by the neck radius r since it measures **directly** the squeezing. The position z of the neck and its curvature c are essential for the analysis of the shift instability. We plot these parameters as functions of time; **first** the neck position z and then the curvature c .

The current time is indicated by this vertical line. The instability shows up in the steep rise of the blue curve z of t , i.e. the neck position moves fast.

Exactly at this moment the curvature c of t **takes** the value 0. The instability is released just when the neck is perfectly flat. This relation is presented here once more. The shift instability is released just when the neck is perfectly flat.

Now we also understand the ties between the direct picture in the bottom of the display and the abstracted representation in the top left. After the quick shift the drop's **asymmetry** remains constant. The neck position **still** moves because the drop as a whole stretches.

The reason for the instability may be explained by Newton's equation of motion, saying that the product of mass and acceleration balances the force. When we solve this with respect to the acceleration, we **recognize** this relation: Big accelerations appear if either large forces—or small masses occur. In this problem, **all** search for a large force was in vain.

The mass, however, may become quite small. To see this precisely, one has to know that such a mass depends on the shape of the drop. This is so since the mass must describe the motion of a whole velocity field. Of utmost importance is here the dependence on the curvature c . It is plausible that the relation “ m at c equal to 0 is **about zero**” must be

valid. For a shift of the neck position at “ c equal to 0” needs almost no transport of matter.

In order to discriminate such a mass as m of c from the mass of a point particle, it is sometimes denoted as inertia. We plot also this as a function of time. First we show the velocity of the neck position and then the mass m . The shift instability manifests itself by the peak in the velocity. Big accelerations occur at its front. At the same time the mass m takes its minimum. At this minimum the inertia is very small.

The same interrelation is shown here once more: The neck position rushes just when the inertia is very small. After the shift the neck starts to squeeze. Consequently the inertia grows so that the neck position freezes.

We can survey now the entire process: While the drop stretches, its neck becomes at some time so flat that the neck position can move almost without inertia. A short time after that the neck squeezes at its thinnest position.

It is impossible to explain the shift instability from the properties of the forces. Rather one has to consider the properties of inertia.

The origin of the various chemical elements is caused, as we have seen, by an instability. This instability matters not only for nuclear fission. It is also effective when a water jet disintegrates into droplets. However, nuclei have more particulars than just a liquid drop. If one wishes to understand not only the width of the mass distribution, but also the two humps, one must consider quantum effects, the so-called shell structure.

Literatur

- [1] BROSA, U., und S. GROSSMANN: Z. Phys. A310 (1983), 177.
- [2] BROSA, U.: J. Physique 45 (1984), C6–473.
- [3] BROSA, U., S. GROSSMANN und A. MÜLLER: GSI Nachrichten 8–87 (1987), 13.
- [4] DAVIES, K. T. R., A. J. SIERK und J. R. NIX: Phys. Rev. C13 (1976), 2385.
- [5] FONG, P.: Statistical Theory of Nuclear Fission. New York 1969.
- [6] HAMBSCH, EJ., H.-H. KNITTER, C. BUDTZ-JØRGENSEN und J. P. THEOBALD: Nucl. Phys. A491 (1989), 56.
- [7] HASSE, R. W., R. EBERT und G. SÜSSMANN: Nucl. Phys. A106 (1968), 117.
- [8] NEGELE, J. W., S. E. KOONIN, P. MÖLLER, J. R. NIX und A. J. SIERK: Phys. Rev. C17 (1978), 1098.
- [9] NIX, J. R.: Nucl. Phys. A130 (1969), 241.
- [10] WIWNS, B. D., E. P. STEINBERG und R. R. CHASMAN: Phys. Rev. C14 (1976), 1832.

Abbildungsnachweis

Abb. 1 und 2: Zeichnung U. BROSA; Abb. 3: aus [3].

Danksagung

Ganz besonders sind wir Herrn Prof. S. GROSSMANN für seine mannigfache Unterstützung dankbar. Dr. W. GEMEINHARDT half bei vielen technischen Problemen, und Dr. H.-H. KNITTER stellte uns eine Massenverteilung von Uran (HAMBSCH u. a. [6]) zur Verfügung.